

УДК 621.824:624.046.001.5

Артюх В. Г.  
Сорочан Е. Н.**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ МОМЕНТОВ ДЛЯ ШПИНДЕЛЬНОЙ ПЕРЕДАЧИ  
ПРОКАТНЫХ СТАНОВ**

Трефовые и другого вида бесшпоночные соединения применяются на целом ряде металлургических машин для передачи больших крутящих моментов и, в частности, в качестве основных элементов шпиндельных передач станов горячей и холодной прокатки [1–3].

Подобное соединение состоит из некруглого вала с односвязным поперечным сечением и муфты, у которой двухсвязное сечение очерчено двумя контурами – внешним в виде круга и внутренним, повторяющим наружный контур вала.

Эти две детали соединяются с радиальным зазором, иногда доходящим до  $\delta = 5 \div 10$  мм. Такой зазор придает данному соединению компенсирующие свойства, то есть возможность углового смещения до  $5^\circ$ .

Целью работы является оценка прочности тревовых (бесшпоночных) соединений, которые эксплуатируются в приводах прокатных станов. На некоторых прокатных станах (например, пилигримовых) такие соединения применяют взамен сложных и подверженных усиленному износу универсальных шпинделей с бронзовыми полуцилиндрами.

Указанные соединения также не отличаются повышенной долговечностью. Им присуще наличие «разбивания», то есть потери формы из-за пластических деформаций, связанных с высоким уровнем контактных напряжений.

Наличие пластических деформаций в тревовых соединениях, с одной стороны, можно объяснить резко неравномерным распределением этих напряжений в зоне контакта вала и муфты. Такие соединения очень чувствительны к точности изготовления; к тому же они не обладают свойством приработки [4].

Кроме того, эти соединения изготавливают из материалов с хорошей пластичностью (и, как правило, небольшой прочностью). Такой выбор материала объясняется необходимостью противостоять высокому уровню динамических нагрузок и большой концентрации напряжений [5].

В связи с указанными выше обстоятельствами «разбивание» тревов и тревовых муфт долгое время считалось неизбежным, а производство терпело большие убытки из-за необходимости трудоемкого восстановления указанных деталей.

Ситуация изменилась с появлением «адаптеров» – активных устройств типа амортизаторов, которые обладают свойством выравнять контактные напряжения в жестких контактирующих парах [6].

Эти устройства на несколько порядков снижают контактную жесткость; при этом снимается вопрос о точности изготовления деталей, их приработке и других технологических особенностях контактного соединения [7].

Первые опыты по применению полиуретановых адаптеров убедительно показали, что от «разбивания» тревовых соединений можно практически полностью избавиться.

При этом должен измениться подход к оценке прочности подобных соединений. Оснащенные адаптерами валы и муфты тревовых соединений могут выдерживать большие нагрузки, однако инженерной методики определения этих нагрузок в настоящее время нет.

Попытки предложить такую методику известны [8], в том числе известны и подходы к этому вопросу, предложенные авторами в работах [9, 10].

Авторы предложили применить к этой задаче метод аналогии задачи предельного кручения с фигурой равного ската.

Главная задача работы состоит в определении предельного скручивающего момента для вала, выполненного из пластичного материала, допускающего идеализацию по Прандтлю.

$$W_{нл.к} = 2 \int_0^{z_{\max}} l_z \cdot z dz, \quad (1)$$

где  $l_z$  – длина горизонтали, отстоящей от внешнего контура поперечного сечения вала на расстоянии  $z$ .

Данная работа основана на применении аналогии рассматриваемой задачи с фигурой равного ската [4], однако способ вычисления объема фигуры равного ската предложен новый [5, 6]. Способ основан на построении горизонталей к фигуре равного ската, выполненной на поперечном сечении рассматриваемого вала как на основании. Этот способ обладает как простотой, так и универсальностью, и может применяться как точный чисто теоретический, и как приближенный, основанный на системе измерений.

Представляет практический интерес сравнение прочности тrefового вала и соответствующей ему тrefовой муфты.

Поперечное сечение муфты представлено на рис. 1.

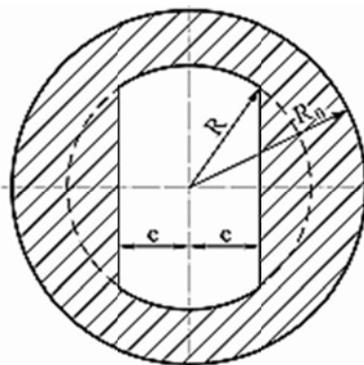


Рис. 1. Поперечное сечение муфты

Фигура равного ската для этого сечения состоит из нескольких фигур. Это, прежде всего, усеченный конус с углом ската  $\alpha = 45^\circ$  и радиусами  $R_0$  и  $R$ . Кроме того, над усеченным конусом образуются две фигуры, построенные над сегментами, с размерами  $R$  и  $e$ .

Если ввести параметры муфты с  $R = 1$ , то размеры ее будут  $k = \frac{e}{R}$ ;  $c = \frac{R_0}{R}$ ,

где  $c \geq 1,0$ ;  $0 \leq k \leq 1,0$ .

Тогда:

$$W_m = W_k + 2 \cdot W_c, \quad (2)$$

где  $W_m$  – момент сопротивления тrefовой муфты;

$W_k$  – момент сопротивления кольца с размерами  $R_0$  и  $R$ ;

$W_c$  – момент сопротивления сегмента.

Момент сопротивления сегмента найден по методике, изложенной в работе [11].

Откуда получим, что:

$$W_c = 2 \cdot \int_0^{z_{\max}} z \cdot \left[ (R - z) \cdot \arccos \left( \frac{e + z}{R - z} \right) + \sqrt{(R + e) \cdot (R - e - 2 \cdot z)} \right] dz, \quad (3)$$

где  $z_{\max} = \frac{R - e}{2}$ .

Окончательный результат может быть представлен в виде:

$$W_c = R^3 \times w_c, \quad (4)$$

где  $w_c$  – момент сопротивления для сегмента единичного радиуса.

В табл. 1 приведены результаты вычислений для  $w_c$  по формуле (6).

Таблица 1

## Моменты сопротивления сегмента

$e$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$w_c$	0,603	0,476	0,364	0,267	0,186	0,121	0,071	0,035	0,013	0,002	0

Формула (5) с учетом значений  $W_k$  принимает вид:

$$W_M = w_M \cdot R^3 = \left[ \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot (c^3 - 1) + 2 \cdot w_c \right] \cdot R^3. \quad (5)$$

Полученные результаты позволяют решить важную инженерную задачу по выбору оптимальной толщины трефовой муфты. Учитывая тот факт, что трефовая муфта является наиболее дешевой деталью главной линии, имеет смысл проектировать ее так, чтобы она была предохранительной. Для этого нужно задать соотношение прочностей деталей трефowego соединения.

Сравним прочность трефа (трефowego конца шпинделя) и трефовой муфты:

$$M_{тр} = n_n \times M_M, \quad (6)$$

где  $n_n \geq 1,0$  – коэффициент неравнопрочности трефа и муфты.

Тогда:

$$\tau_{тр} \times W_{тр} = n_n \times \tau_M \times W_M. \quad (7)$$

Для сечений единичного радиуса:

$$\tau_{тр} \times w_{тр} = n_n \times \tau_M \times (w_k - w_c). \quad (8)$$

Откуда получаем:

$$c = \sqrt[3]{\frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot \left( \frac{2}{3 \cdot \pi} + \frac{n_M}{n_n} \cdot w_{тр} - 2 \cdot w_c \right)}. \quad (9)$$

Здесь  $n_M = \frac{\tau_{тр}}{\tau_M}$  – коэффициент неравномерности материалов соединения.

Для случая равнопрочного соединения получим результаты, приведенные в табл. 2.

Таблица 2

## Оптимальная толщина трефовой муфты

$e$	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$w_c$	0,186	0,121	0,071	0,035	0,013	0,002	0
$w_{тр}$	0,545	0,809	1,100	1,401	1,692	1,943	2,094
$c$	1,027	1,083	1,134	1,180	1,216	1,244	1,260

Полученные выше результаты позволяют поставить и решить задачу о выборе оптимальной толщины трефовой муфты в случае, когда она, как самая слабая деталь главной линии прокатного стана, будет выполнять функцию предохранительной детали. Для этого нужно задаться коэффициентами неравномерности материалов и деталей.

Величину  $n_n = 1,2 \div 1,4$  нужно принять, исходя из того, чтобы при срабатывании предохранительной муфты не было повреждений (появления пластических деформаций) в других деталях и узлах привода.

В первом приближении можно принять  $n_n = 1,3$ . Величина  $n_n$  практически всегда больше единицы, так как трефовый конец принадлежит либо соединительному шпинделю, либо валку, материал которых гораздо прочнее, чем материал муфты. Примем  $n_M = 2,0$ . Тогда для этих параметров и размера трефа  $k = \frac{e}{R} = 0,7$  получим по формуле (9)  $c = 1,32$ .

Несмотря на простоту решения, при этом получаются приемлемые результаты, если материалы соединения обладают хорошими пластическими свойствами.

Поперечное сечение рассматриваемого вала представлено на рис. 2.

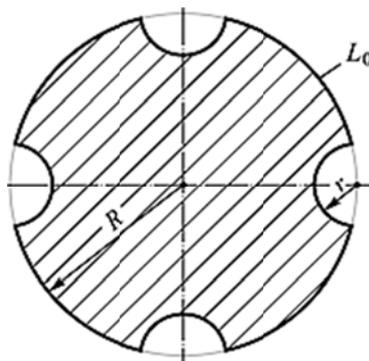


Рис. 2. Поперечное сечение вала

Сечение задано параметрами  $R$ ;  $r$ ;  $e$ . Расчет выполнен аналогично расчету для круглого вала с выкружкой, представленному в работе [7].

В системе координат  $xO_1y$  записываем два уравнения:

- 1) уравнение окружности радиуса  $(R - z)$  с центром в точке  $O_1$ :

$$x^2 + y^2 = (R - z)^2; \quad (10)$$

- 2) уравнение окружности радиуса  $(r + z)$  с центром в точке  $O_2$

$$(x + R)^2 + y^2 = (r + z)^2. \quad (11)$$

Решая их совместно, получим:

$$x = \frac{r \cdot (r + 2z) - 2R \cdot (R - z)}{2R}; \quad (12)$$

$$y = \sqrt{(R - z)^2 - \left( \frac{r \cdot (r + 2z) - 2R \cdot (R - z)}{2R} \right)^2}. \quad (13)$$

Теперь запишем значения углов  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\alpha = \arcsin \frac{y}{R - z} = \arcsin \frac{\sqrt{(R - z)^2 - \left( \frac{2R(R - z) - r \cdot (r - 2z)^2}{2R} \right)^2}}{R - z}; \quad (14)$$

$$\beta = \arcsin \frac{y}{r - z} = \arcsin \frac{\sqrt{(R - z)^2 - \left( \frac{2R(R - z) - r \cdot (r - 2z)^2}{2R} \right)^2}}{r - z}. \quad (15)$$

Вычислим длину произвольной горизонтали  $L_{(z)}$  (рис. 3):

$$L_{(z)} = l_{окр} + 4l_1 - 4l_2, \quad (16)$$

где

$$l_{окр} = 2\pi \cdot (R - z); \quad (17)$$

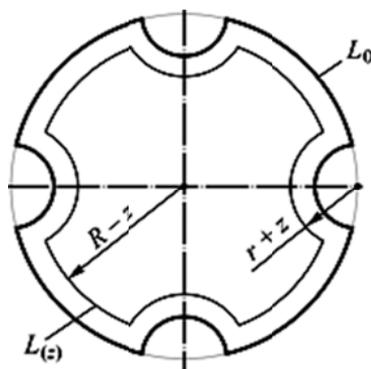


Рис. 3. Расчетная схема вала

$$l_1 = 2 \cdot (R - z) \cdot \arcsin \frac{\sqrt{(R - z)^2 - \left( \frac{2R(R - z) - r \cdot (r - 2z)^2}{2R} \right)^2}}{R - z}; \tag{18}$$

$$l_2 = 2 \cdot (r - z) \cdot \arcsin \frac{\sqrt{(R - z)^2 - \left( \frac{2R(R - z) - r \cdot (r - 2z)^2}{2R} \right)^2}}{r - z}. \tag{19}$$

Тогда момент сопротивления пластическому кручению равен [7]:

$$W = \int_0^{z_{\max}} L_{(z)} \cdot z dz. \tag{20}$$

Представим  $W$  в виде:

$$W = W_{\text{окр}} + 4W_1 - 4W_2,$$

$$W_{\text{окр}} = 2 \cdot \int_0^{\sqrt{\frac{2R^2 - r^2}{2R}}} z \cdot l_{\text{окр}} dz + 2 \cdot \int_{\sqrt{\frac{2R^2 - r^2}{2R}}}^{R-r} z \cdot l_{\text{окр}} dz; \tag{21}$$

$$W_1 = 2 \cdot \int_0^{\sqrt{\frac{2R^2 - r^2}{2R}}} z \cdot l_1 dz + 2 \cdot \int_{\sqrt{\frac{2R^2 - r^2}{2R}}}^{R-r} z \cdot l_1 dz; \tag{22}$$

$$W_2 = 2 \cdot \int_0^{\sqrt{\frac{2R^2 - r^2}{2R}}} z \cdot l_2 dz + 2 \cdot \int_{\sqrt{\frac{2R^2 - r^2}{2R}}}^{R-r} z \cdot l_2 dz. \tag{23}$$

Результаты вычислений момента сопротивления представлены в табл. 3. Здесь же приводится сравнение результатов с полученными ранее. Это сравнение дает идентичные ответы.

Окончательный результат по рассматриваемому валу представлен на графике (рис. 4).

Таблица 3

Результаты вычислений

$e$	$W$ (по методике [4])	$W$ (по методике [1])
0,1R	1,9061R <sup>3</sup>	1,906R <sup>3</sup>
0,2R	1,5843R <sup>3</sup>	1,584R <sup>3</sup>
0,3R	1,2130R <sup>3</sup>	1,213R <sup>3</sup>
0,4R	0,8421R <sup>3</sup>	0,842R <sup>3</sup>
0,5R	0,5086R <sup>3</sup>	0,509R <sup>3</sup>
0,6R	0,2464R <sup>3</sup>	0,246R <sup>3</sup>
0,7R	0,0847R <sup>3</sup>	0,085R <sup>3</sup>

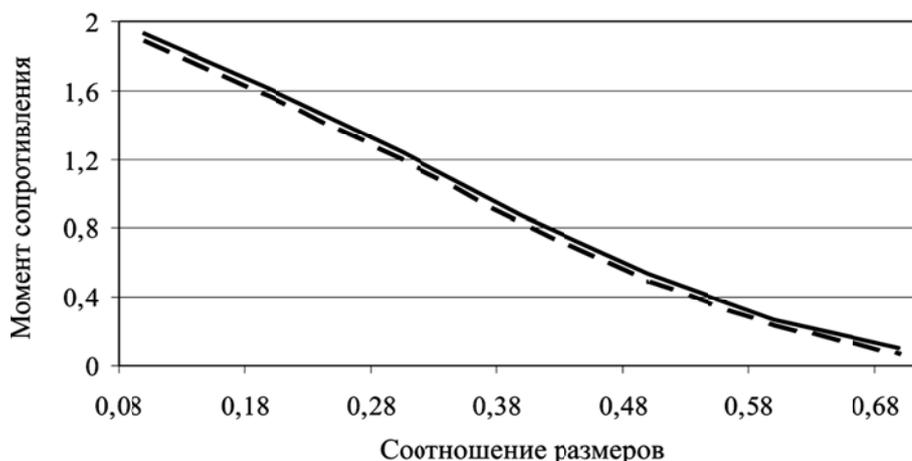


Рис. 4. Влияние относительных размеров сечения вала на его прочность

Результаты расчетов практически совпадают, что подтверждает их достоверность.

### ВЫВОДЫ

Предложенный метод решения задач кручения обладает простотой, наглядностью и достаточной точностью для выполнения инженерных расчетов. Решенный пример позволяет оценить прочность трещиновых соединений прокатных станов.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Машины и агрегаты металлургических заводов. В 3 т. Т. 3. Машины и агрегаты для производства и отделки проката* : учебник для вузов / А. И. Целиков, В. М. Полухин, В. М. Гребеник [и др.]. – М. : Металлургия, 1988. – 680 с.
2. *Машиностроение* : энциклопедия. В 40 т. Т. IV-5. *Машины и агрегаты металлургического производства* / В. М. Синицкий, Н. В. Песечник, В. Г. Дрозд [и др.]. – 2-е изд. – М. : Машиностроение, 2002. – 912 с.
3. *Королев А. А. Механическое оборудование прокатных и трубных цехов* / А. А. Королев. – М. : Металлургия, 1987. – 480 с.
4. *Ободовский Б. А. Определение предельного крутящего момента для прямого бруса с сечением в виде круга с выкружкой* / Б. А. Ободовский, Г. В. Артюх // *Проблемы прочности*. – 1971. – № 2. – С. 106–108.
5. *К вопросу о вычислении объемов фигур равного ската* / Г. В. Артюх [и др.] // *Защита металлургических машин от поломок*. – Мариуполь, 2005. – Вып. 8. – С. 258–263.
6. *Артюх Г. В. О приближенном решении задачи пластического кручения* / Г. В. Артюх, Е. Н. Киреева // *Защита металлургических машин от поломок*. – Мариуполь, 2006. – Вып. 9. – С. 213–217.
7. *Сорочан Е. Н. Предельное равновесие круглого вала с выкружкой* / Е. Н. Сорочан // *Защита металлургических машин от поломок*. – Мариуполь, 2011. – Вып. 13. – С. 203–206.
8. *Несущая способность сварных валов* / Г. В. Артюх [и др.] // *Захист металургійних машин від поломок*. – Мариуполь, 2002. – Вып. 6. – С. 223–229.
9. *Киреева Е. Н. Прочность валов металлургических машин* / Е. Н. Киреева, В. Г. Артюх // *Захист металургійних машин від поломок*. – Мариуполь, 2005. – Вып. 8. – С. 110–113.
10. *Артюх Г. В. О приближенном решении задачи пластического кручения* / Г. В. Артюх, Е. Н. Киреева // *Захист металургійних машин від поломок*. – Мариуполь, 2006. – Вып. 9. – С. 213–217.
11. *Сорочан Е. Н. К вопросу определения несущей способности трещиновых соединений* / Е. Н. Сорочан, Г. В. Артюх // *Захист металургійних машин від поломок*. – Мариуполь, 2010. – Вып. 12. – С. 68–72.

Артюх В. Г. – канд. техн. наук, доц., зав. кафедрой ПГТУ;

Сорочан Е. Н. – ст. преп. ПГТУ.

ПГТУ – Приазовский государственный технический университет, г. Мариуполь.

E-mail: ken46@yandex.ua

Статья поступила в редакцию 16.01.2012 г.